Matrizenrechnung

Anwendungsaufgaben

Teil 2

Einführung in das Thema

Betriebliche Verflechtungen

nach dem Leontief-Modell

Datei 62321

Friedrich Buckel

Stand 9. August 2011

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Inhalt

Hinweise

Außer diesem Einführungstext gibt es weitere Texte zum Thema „Betriebliche Verflechtung nach dem Leontief-Modell“:

74102 Prüfungsaufgaben des Berufskollegs BW

74211 Abituraufgaben Berufliche Gymnasien BW: Matrizenanwendungen 1

Weitere werden folgen.

1. Einfache Aufgabe zum Einstieg

Einführung in die betriebliche Verflechtung anhand einer Abituraufgabe (1993 – WG BW)

In unserem Beispiel produzieren drei Betriebe Güter. Da sie sich auch gegenseitig selbst beliefern (können), gibt es einen Güterfluss zwischen ihnen. Es entsteht also eine Verflechtung zwischen ihnen. Was an Güntern sonst verkauft wird, nennen wir den „Markt“ oder auch den „außerbetrieblichen Konsum“. *In genannter Abituraufgabe lautet der Anfangstext dieser Aufgabe:*

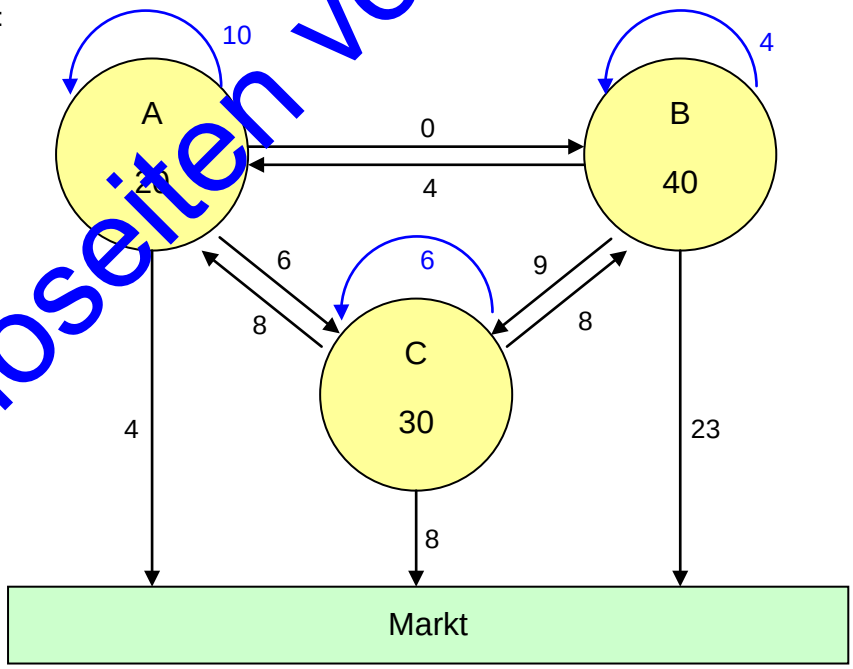
In der vergangenen Produktionsperiode einer Volkswirtschaft lässt sich der zwischenindustrielle Güterfluss dreier Sektoren nach dem Leontief-Modell in folgender Input-Output-Tabelle darstellen (Angaben in Mengeneinheiten ME):

	A	B	C	Markt
A	10	0	6	4
B	4	4	9	23
C	8	8	6	8

In der ersten Spalte stehen die Hersteller, in der ersten Zeile die Abnehmer der Güter.

a) Wie viel ME hat jeder Sektor produziert?
Bestimmen Sie die Inputmatrix A.

Zunächst zeige ich, wie man die Tabelle auch in einem so genannten **Verflechtungsdiagramm** darstellen kann:



Die in den Kreisen stehenden Zahlen geben die produzierten/verkauften Güter an.

Wie man sieht und auch aus der Tabelle ablesen kann, beliefern die Betriebe sich auch selbst, was durch die blauen Pfeilbögen dargestellt wird. Dies ist der Eigenverbrauch.

Beispiel: Der Betrieb A beliefert B nicht (0 Güter), C mit 6 ME und den Markt (= außerbetrieblicher Konsum) mit 4 ME. Dies ergibt zusammen die im gelben Kreis stehenden 20 ME.

Man kann somit die gegebene Tabelle um eine Spalte „Produktion“ erweitern:

Dies ist eine **Input-Output-Tabelle**,

	A	B	C	Markt	Produktion
A	10	0	6	4	20
B	4	4	9	23	40
C	8	8	6	8	30

In der 2. Zeile stehen die ME, die A an A liefert (10 ME), an B (0 ME) und an C(6 ME). Weil die gesamte Produktion von A 20 ME beträgt, können 4 ME an den Markt abgegeben werden. Usw.

In der 1. Spalte seht, welche ME A von den Sektoren A, B und C angenommen werden (Input).

Die Summe aus dem zwischenbetrieblichen Verbrauch und der Marktnachfrage ist gegenüber der Produktion ausgeglichen. Es wird also von außen nichts weiter importiert oder an andere Stellen abgegeben. Man nennt dies eine **ausgeglichene Input-Output-Tabelle.**

Damit ist auch schon die erste Frage der Aufgabe beantwortet: Wie viel ME hat jeder Sektor produziert? Das Ergebnis ist der sogenannte **Produktionsvektor**: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}$.

Sehr oft schreibt man ihn auch als Zeilenvektor auf, dann benutzt man die Schreibweise $\vec{x}^T$.
Das hochgestellte T heißt „transponierte Matrix“. Dann sieht die veränderte Schreibweise so aus:
$\vec{x}^T = \begin{pmatrix} 20 & 40 & 30 \end{pmatrix}$, oder so: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 20 & 40 & 30 \end{pmatrix}^T$ Dies spart Platz in der Höhe.

Der amerikanische Volkswirtschaftler **Wassily Leotief** (geb. 1906, Nobelpreis für Volkswirtschaftsbereiche 1973) hat diese Modelle untersucht und eine Grundannahme getroffen, die es ermöglicht, weitreichende Folgerungen zu berechnen.

Die Leontief-Annahme besagt:

Die Einsatzmengen jedes Betriebs ändern sich in gleichem Maße wie die Produktionsmengen der Betriebe.

Die Auswirkung dieser Annahme muss man an Beispielen ansehen und verstehen.

Dies wird an unserem Beispiel im Folgenden an drei Überlegungen erläutert:

Ich zeige jetzt an Beispielen, wie man mit dieser Tabelle berechnen kann, was sich ändert, wenn sich ein Sektor beschließt, seine Produktion zu ändern.

Dazu brauchen wir die Input-Output-Tabelle:

	A	B	C	Markt	Produktion
A	10	0	6	4	20
B	4	4	9	23	40
C	8	8	6	8	30

(a) Der Sektor B will seine Produktion verdoppeln, also von 40 ME auf 80 ME erhöhen. Wenn A und C ihre Produktionszahlen nicht verändern ändert sich (das ist gerade die für das Leontief-Modell gemachte Voraussetzung (auch ihr Einkauf nicht). Also bleiben die Tabellenspalten von A und C konstant, denn ihr Einkauf.

Anderseits folgt aus der Produktionsverdoppelung von B, dass sich auch ihr Bedarf, also ihr Input (Spalte von B) verdoppelt (blaue Zahlen):

	A	B	C	Markt	Produktion
A	10	$0 \cdot 2 = 0$	6		20
B	4	$4 \cdot 2 = 8$	9		$40 \cdot 2 = 80$
C	8	$8 \cdot 2 = 16$	6		30

Ja und auf der CD wird das weiter verfolgt ….